

分割行動の発達-分数教育への提言-

著者	馬場 伊美子
号	11
学位授与番号	358
URL	http://hdl.handle.net/10097/37825

氏名（本籍地）	ばば いみこ 馬場 伊美子
学 位 の 種 類	博 士（情報科学）
学 位 記 番 号	情 博 第 358 号
学位授与年月日	平成18年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研 究 科、専 攻	東北大学大学院情報科学研究科（博士課程）人間社会情報科学専攻
学 位 論 文 題 目	分割行動の発達－分数教育への提言－
論 文 審 査 委 員	（主査）東北大学教授 岩崎 祥一 東北大学教授 竹内 修身 福島大学教授 栗原 秀幸 東北大学助教授 邑本 俊亮 東北大学講師 和田 裕一

論 文 内 容 の 要 旨

第1章 序論

分数がわからない大学生に接してから疑問に思い、大学生の分数知覚実験と大人と子どもの分数生成実験の比較研究を行なった。その結果、分数の導入学年や指導時間を調べる必要があることに気づいた。そして、昭和22年から現在までについて調べてみると、分数の指導内容は変わらないのに、分数導入学年が一貫せず、指導学年数も分数の指導時間数も文部科学省の学習指導要領の改定ごとによりかなり減少していることが明らかになった。さらに分数導入学年が一貫していない理由に分数導入の基本である分割行動の子どもの発達に関する研究がまだ始まったばかりでほとんどなされていないことが判明した。そこで、分数の基本となる子どもの分割行動を研究し、数学教育の視座から子どもの発達に応じた分数導入時期を検討することを本研究のテーマとする。Piaget は算数的分数の概念は等しく分けることを暗示していると述べているので子どもの分割がいつごろから等しく行われるのかを調べる。関連する先行研究は Piaget をはじめほとんどが人形や皿などの配分先を指定し、さらに「同じに分ける」ことを教示しているという特徴が見られた。人形や皿などの配分先を指定すると分けることが分からなくても配分でき、皿や何人かに分けることは対応によると考えられるので分けることを必ずしも意味していないと思われた。そこで、人形や皿のような配分先を指定せず、「同じに分ける」事を教示しないで4歳児から7歳児について分割概念を調べる実験を計画した。そして、等分割行動の発達過程の分析を試みる。そして、子どもの分割行動の発達に応じた分数導入時期について提言する。

第2章 分数指導の推移

文部科学省の昭和22年試案から現在までの算数学習指導要領について調べてみると、分数の指導内容は変わらないのに、分数導入学年がまったく一貫していない。昭和22年の能力表では小学校1年からであるが昭和24年は4年、昭和26年は1年、昭和33年は2年で導入、そして変動しながら現在は小学校4年で導入されている。また、最近の大学生が、分数がよくわからない理由の一つに指導時間の減少が挙げられているので、分数の取り扱いを学校図書の小学校の教科書と指導計画表から昭和26年から現在に至るまで調査した。小学校だけで分数の指導を一応完成するように指導されるようになったのは昭和33年からで

ある。そして、分数の指導内容は現在まで変化していない。昭和 33 年から文部科学省の学習指導要領に従って教科書が作成されている。昭和 33 年と 43 年の文部省告示によると、分数は小学校 2 年から 6 年までの 5 年間指導、昭和 53 年、平成元年の文部省告示では小学校 3 年から 6 年までの 4 年間で分数を指導、平成 10 年の文部省告示平成 14 年実施では 4 年から 6 年の 3 年間に指導と減少している。学校図書の教師用指導計画書に指導時間数が明記されている昭和 55 年からの小学校の分数指導総時間数を比較すると、昭和 55 年が約 90 時間、昭和 60 年が 78 時間、平成 8 年 70 時間、平成 14 年は 51 時間である。分数の指導内容は昭和 33 年から同じなのに指導時間は昭和 55 年の約 56% となっている。また、算数全体の指導時間についてみると現在は昭和 55 年の約 86% である。分数の指導時間と算数全体の指導時間を比較すると、分数指導時間の減少率の方が大きいことが分かった。

第 3 章 分割実験 1

幼稚園のアンケート調査から保護者の 78% が小学校低学年から分数の導入を希望していることが分かった。子どもの発達に応じた分数導入を考えるために分数の基本となる分割行動の調査が必要である。そして、幼稚園児に対して、おはじき、折り紙、紙粘土で実験を行ったところ、連続量と離散量の分割行動に違いが見られた。連続量よりも離散量のほうが難しいらしいことが伺えた。また、折り紙と紙粘土は共に数えられない連続量であるが、分ける課題に関して、折り紙ではうまく紙を割けない、はさみを使えないなどの課題遂行上の問題があることがわかった。そのため次の実験では連続量の材料として粘土、離散量としておはじきを使用することにした。

第 4 章 分割実験 2

子どもは暗黙で等しく分割することが分かっているにもかかわらず具体的な操作ができない可能性がある。実験 1 で多く観察された子どもの誤った分割を被験者に見せて正誤判断をさせる実験を計画した。連続量(粘土)と離散量(おはじき)で 4 歳から 7 歳まで 80 名について分割行動の個別実験を行った結果から、年齢別に等分割できた割合の変化を連続量と離散量について調べた。等分割できた割合に及ぼす年齢と課題(連続量と離散量)の効果について逆正弦変換法による分散分析で検定した。年齢の主効果も課題の主効果も有意であった。連続量における年齢の単純主効果も離散量における年齢の単純主効果もそれぞれ有意であった。年齢と課題の交互作用は $p=0.101$ で有意でなかったが、課題に質的な違いがあるので多重解析を行った。連続量では 5 歳から 6 歳に有意な差が見られた。従って 5 歳から 6 歳にかけて発達すると考えられる。離散量では 6 歳から 7 歳に有意傾向が見られた。

第 5 章 分割行動の発達と教育

最も等分割の理解が進む年齢が連続量と離散量課題で異なることから、連続量と離散量を等分する発達の仕方が異なることが明らかになった。そして、連続量と離散量について分割行動の発達過程について分析を試みた。

連続量では第 1 段階から第 4 段階に進むと考えられるが、離散量では「いくつに分ける」と「いくつずつ分ける」の区別がつけばいくつかに分けることができるようになると考えられる。離散量は数えられる材料であり、数えられる材料は「いくつかをとり分ける」「いくつずつ分ける」に分ける経験が多いと考えられる。子どもは「いくつに分ける」と「いくつずつ分ける」、「いくつかをとり分ける」を混同する時期があると想像できる。その時期が短いか長いかは家庭や幼稚園での経験の多少に依存すると考えられる。

連続量分割の発達的变化

第 1 段階では 3 歳児と 4 歳児のはじめ頃まで粘土を意識するが分ける意味が分からない。第 2 段階 A では分けるが余りを出し、全体性を理解していない。

第2段階Bでは分けるが余りが出たことに困惑する。全体性を理解し始めるが実際に全体を分割できない。

第3段階では全体性を理解できるが等分割でなくてもよいと考える。全体を余りなしに分けるが等分でもなくてもよいと考える。しかし、7歳になると自分で分割するときは等分するようになる。

第4段階では分けることを余りなしに、大きさも同じに考える。全体性を理解し、かつ、等分割するようになる。等分割する理由として、6歳ごろまでは、「けんかになるから」と分けることについて受取人を想定している。7歳ごろになると「大きさが違うから」と大きさの大小関係に注目する。そして、7歳で83%が等分割できるようになる。

離散量分割の発達的变化

第1段階では4歳児のはじめ頃に、おはじきを触るだけで分けない。

第2段階ではいくつかに分けることと、いくつずつに分ける、いくつかを取り分けることの区別がつかず、いくつかを取り出す。

第3段階Aでは包含除を行い、余りを気にしない。

第3段階Bでは包含除を行い、余りがでると困惑する。包含除を行うのは6歳でピークに達しその後急に減少する。

第4段階では全体性を理解し、等分割にするようになる。4歳で等分割する子どもがいるがごくわずかで、7歳で50%が等分割するようになる。

分数教育への提言

4歳から7歳を対象とした分割実験の結果、連続量と離散量の分割で等しく分ける割合の発達の仕方が異なることが明らかになった。7歳児(小学校2年)の83%が連続量について分けることに関して等分の概念を持ち、不等の分割でよいと答えた子どもに実験終了後、自由に子どもに分けてもらおうと全員が等分割した。現在、日本では小学校4年生の3学期に分数の導入がなされているが、小学校2年生の1学期で連続量を等分することを83%が理解しているので、小学校2年生で連続量の分数を導入できる可能性がある。さらに小学校3年で割り算を学習するが、割り算の導入時に包含除を教えているので包含除と等分除の違いを教えることに関連して分数を導入できると思われる。

第6章 結論

本研究は認知心理学と数学教育の立場から次のような意義があったと考える。

- (1) 約60年間の文部科学省の学習指導要領と学校図書の教師用指導書の調査から、分数の導入時期に一貫性がなく、さらに昭和33年から小学校の分数の指導内容が同じであるにもかかわらず、分数の指導時間が減少していることを明らかにした。
- (2) 4歳から7歳までの子ども80名について分割実験の結果、連続量と離散量を分割する子どもの行動の違いが見られたことを報告した。
- (3) 離散量を等しく分けることよりも連続量を等しく分けることの方が早く発達することを明らかにした。
- (4) 連続量と離散量それぞれについて、分数の基本である等分割の発達過程の分析を試みた。
- (5) 子どもの分割行動の発達に応じた低学年での分数導入時期を提案した。

今後の課題は等分割を理解している子どもの算数能力がよいのかどうかを長期的に見ることである。

論文審査結果の要旨

近年、我が国では基礎的な学力低下が叫ばれるようになってきている。この論文は、特に数学の基礎学力の一部をなす分数に焦点をあて、分数教育への提言を目指してその基礎をなす認知能力の表れである「分ける」という行動を子どもがどのように発達させるかを実証的に検討した研究であり、全編6章からなる。

第1章は、序論であり、研究の出発点となった動機（大学生でも分数が十分に理解できていないという自身の教師としての体験）を述べ、Piagetの分数概念の定式に基づきこれまで行われた分割行動に関する発達研究のレビューを行うとともに、本研究の目的を述べている。

第2章は、我が国において戦後、分数の教育がどのような変遷を経たかを、文部省の指導要領や教科書会社の教師用マニュアルにある指導計画書をもとに指導時間を算出することで、明らかにしている。特に、分数の導入時期が戦後、早くなったり遅くなったりと一貫しないこと、また算数教育全体の時間数の減少に対し、分数教育に費やされる時間が相対的に大きく低下していることが判明し、これが大学生の分数理解の低下につながっているのではないかと指摘している。

第3章は、予備的な実験で得られたデータを分析したものである。子どもの分割行動に関する研究は、内外ともそう多くなく、その多くがPiagetの考えをベースにしているため、何かを「分ける」時に自然に前提とされ、明示されないことがら（具体的には「等しく」分けることと「余りを出さないこと」）が明示的に子どもに示されているという問題点があった。この章では、そうした問題点を避け、より自然な分割行動の発達を調べるために予備的な実験を行い、得られたデータ、特に子どもが分割に際して示した様々な間違いを丹念に分析している。この結果は、子どもの分割行動の発達に関して示唆に富む知見（具体的には「等しく」分けるということを子どもは早い段階から理解していること、また「余り」を出すことに関しては、それと比べてより後から問題視するようになることなど）を与えるとともに、本実験の構想を固めること（具体的には、おはじきを用いた離散量の分割実験と粘土を用いた連続量の分割実験を分けて行う必要性）にも役立っている。

第4章は、分割行動の発達に関する本実験の結果を述べたものである。子どもの発達は理解が実行に先行するのが一般的であるが、この実験での創意ある工夫として、この2つを分けて検討している点がある。具体的には、まず実験者がN個に分ける際の間違ったやり方を提示し、子どもにそれが正しいかどうかを答えさせた。もし子どもが正しくないと答えた場合には、今度は子どもに実際に分けさせるという二段階の方法を用いている。その結果、子どもの理解としては離散量も連続量もその発達に顕著な違いは見られないが、実際の分割に際しては、離散量は連続量より遅れて発達することを見出した。これは、これまでにない意義深い知見である。さらに、その原因として、離散量の場合、「N個に分ける」と「N個ずつ取り出す」（包含除）とを子どもが十分区別できていないため、実際に分ける際に前者を行わないで後者を行ってしまうことが成績の低下を招いていることを見出している。これは、分割行動の発達に関して従来、明確にされてこなかった点と言える。

第5章では、3・4章で述べた実験で得られた知見をもとに、子どもの分割行動がどのような段階を経て発達するかを離散量・連続量のそれぞれについて定式化している。

第6章は、全体を概括するとともに、分数教育、特に分数の導入時期に関し、本研究で得られた知見に基づき、現在の小学校4年次から2年次に早めることが可能だとする提言を行っている。

以上要するに、本論文は、分割行動の発達を調べることにより分数教育の基礎となる認知能力の発達を明らかにしたものであり、認知心理学及び情報科学の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は博士（情報科学）の学位論文として合格と認める。